Université des Sciences et Technologies de Lille
U.F.R. de Mathématiques Pures et Appliquées

Agrégation externe **2005–2006**

T.P. coussin financier (Scopos vol. 16 p. 233-239)

Exercice 1. Illustration de la convergence du modèle discret vers le modèle à temps continu sans saut (développement n° 5).

Faire tracer sur un même graphe,

– la densité g du coussin financier C_1 donnée dans l'équation (9) :

$$g(x) = \frac{\mathbf{1}_{x>0}}{x\sqrt{2\pi v^2 m^2}} \exp -\frac{1}{2m^2v^2}\left(\ln(x/C_0) - (r + m(\mu - r) - \frac{m^2v^2}{2}\right)$$

– l'histogramme des valeurs de la variable aléatoire $C_{n,n}$ donnée par la formule (6) :

$$C_{n,n} = C_0 \prod_{1\le k\le n}\left(1 + mY_{n,k} + (1-m)\frac{r}{n}\right)$$

où les variables aléatoires $Y_{n,k}$ sont définies par les formules (2) et (3) :

$$Y_{n,k} = \frac{\mu}{n} + vZ_{n,k} \qquad \mathbf{P}(Z_{n,k} = -1/\sqrt{n}) = 1/2, \quad \mathbf{P}(Z_{n,k} = 1/\sqrt{n}) = 1/2.$$

Valeurs numériques : $\mu = 0.1$, $r = 0.05$, $v = 0.2$, $S0 = 1$, $V_0 = 100$, $P_0 = 90$, $m = 5$.

Exercice 2. Simulation du coussin en temps continu avec sauts (développement n°).

Simuler M trajectoires (M = 100 par exemple) de la valeur du coussin financier sur l'intervalle $[0,1]$ avec des sauts dont le nombre suit une loi de Poisson de paramètre λ.

En déduire une estimation de la valeur finale du coussin à l'instant 1 et tracer sur un même graphe deux trajectoires, par exemple celles parmi les M simulées qui présentent le nombre minimal et le nombre maximal de sauts.

Valeurs numériques : $\mu = 0.1$, $r = 0.05$, $v = 0.2$, $S0 = 1$, $V_0 = 100$, $P_0 = 90$, $m = 5$, $\lambda = 2$.