Université des Sciences et Technologies de Lille
U.F.R. de Mathématiques Pures et Appliquées

Agrégation externe **2006–2007**

T.P. fiabilité des systèmes (Scopos vol. 11, p. 9-19)

1) Construire une fonction Scilab qui prend 4 arguments (λ_1, λ_2, μ_1, μ_2) et qui retourne la matrice A donnée p. 15, équation (13) :

$$A = \begin{pmatrix} -(\lambda_1+\lambda_2) & \lambda_1 & \lambda_2 & 0 \\ \mu_1 & -(\mu_1+\lambda_2) & 0 & \lambda_2 \\ \mu_2 & 0 & -(\mu_2+\lambda_1) & \lambda_1 \\ 0 & \mu_2 & \mu_1 & -(\mu_1+\mu_2) \end{pmatrix}$$

2) Calculer la disponibilité stationnaire dans les deux cas suivants
— $\lambda_1 = \lambda_2 = 10^{-3}$, $\mu_1 = \mu_2 = 10^{-3}$;
— $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, $\mu_1 = \mu_2 = 10$.
En déduire la disponibilité stationnaire du système d'embouteillage.

3) Construire une fonction Scilab qui prend, en arguments, une matrice carrée A et un scalaire $t > 0$ et retourne la matrice $\exp(tA)$ en utilisant la méthode « *scaling and squaring* ». Retrouver le résultat de la question précédente.

4) Application au système d'embouteillage. Remarquer que la disponibilité et la fiabilité du système se calculent facilement à partir des matrices de la question 2. Tracer sur un même graphe, la disponibilité et la fiabilité du système pour t variant de 10^{-1} à 10^4 (voir figure 4 du texte). On prendra une échelle logarithmique sur l'axe Ox.

5) (Question subsidiaire). On considère la matrice A de la question 1 avec $\lambda_1 = 10^{-3}$, $\mu_1 = 10^{-3}$, $\lambda_2 = 1$, $\mu_2 = 10$. Comparer la valeur obtenue pour e^A par la méthode « *scaling and squaring* » à celle qu'on obtient par diagonalisation de A sous Scilab (voir les fonctions spec, kernel, inv et bdiag).