**Université des Sciences et Technologies de Lille**
**U.F.R. de Mathématiques Pures et Appliquées**

**Agrégation externe** **2006–2007**

# T.P. Gestion de stock (texte n° 605)

On suppose que les demandes mensuelles pour un produit donné sont modélisées par des variables aléatoires i.i.d. qui suivent une loi de Poisson de paramètre $\lambda$. On définit deux entiers $S$ et $s$ : $S$ est le niveau maximal du stock, si le niveau $X_n$ du stock en fin de mois descend en dessous de $s$, on rachète ce qu'il faut et le matin suivant le stock vaut $S$.

On se donne les valeurs des paramètres suivants : $v$ (prix de vente unitaire), $c$ (prix d'achat unitaire), $C$ coût fixe de livraison, $k$ coût de stockage par mois et par pièce, par exemple : $v = 30$, $c = 20$, $C = 20$, $k = 1$ et $\lambda = 50$.

1) Déterminer dans ce cas les niveaux $S$ et $s$ « optimaux » selon le texte (équations (1) et (2)). Pour $s$, calculer les vecteurs $BS = (b_i(S-i))_{0\le i\le S}$ et $B0 = (b_i(0))_{0\le i\le S}$ définis dans le texte (sans boucle `for`, penser au produit scalaire et à `cumsum`).

Dans la suite on fixe $S$ et $s$ en choisissant par exemple les valeurs préconisées par le texte, ou d'autres à votre choix.

2) La suite des niveaux $(X_n)$ du stock en fin de mois est une chaîne de Markov : justifier ce point et écrire la matrice de la chaîne. On pourra ajouter à la chaîne un état supplémentaire noté $-1$ afin de modéliser la rupture de stock.

3) Montrer que la chaîne $(X_n)$ admet une unique probabilité invariante, la calculer et la faire tracer (utiliser plot2d3). En déduire le bénéfice estimé en régime stationnaire, le nombre moyen de ventes mensuelles (là non plus pas besoin de boucle `for`) et la probabilité d'être en rupture de stock.

*Question subsidiaire*

4) Application : comment choisiriez-vous $S$ et $s$ avec les valeurs numériques des paramètres proposées ci-dessus ? Comparer avec les valeurs proposées par le texte (équations (1) et (2)). Même question avec d'autres valeurs de $C$ : $C = 60$ et $C = 200$.